Notion f D EX

NOT
V
ℝ

1ère Approche
ê 1 f se
longue comment
dépend de se
suivant l'heure
notes
résultats
EX notes
de nb horaires

+ ABSTRAIT
sup nb individus
1 pop soit t
f dont t
N(t) nb individus à instant t
val de la f N en t
var
param
N sans réf
N(t_0) chapeau

Boite noire
= f = objet qui permet de donner (avant +) a posteriori me val à partir 1 param
val

EX 1
A E couleurs cheveux
Soit D EVD éléments ULR couleurs
1 seule couleur cheveux ass
→ 1 f

EX 2
= ≠ chaînes

Notion f (cet ex)

~~DÉFINITIONS FONDAMENTALES~~

Notion D EX

NOT

1ère APPROCHE

langue courante

é 1 ? se

se produise

suivant l'heure

météo

résultats

EX notes

ensemble des possibles

+ ABSTRAITEMENT

sup nb individus

1 par instant t

N(t) nb individus à instant t

val de la ? N en t

var

N(t) chapeau

N sans réel

Boite noire

= ? = objet qui permet de donner (avant t) a priori une val à partir 1 param

val

EX 1

+ E couleurs cheveux

Soit D

EVD cheveux VLR

1 seule couleur cheveux

couleur

→ 1 ?

précédent

EX 2

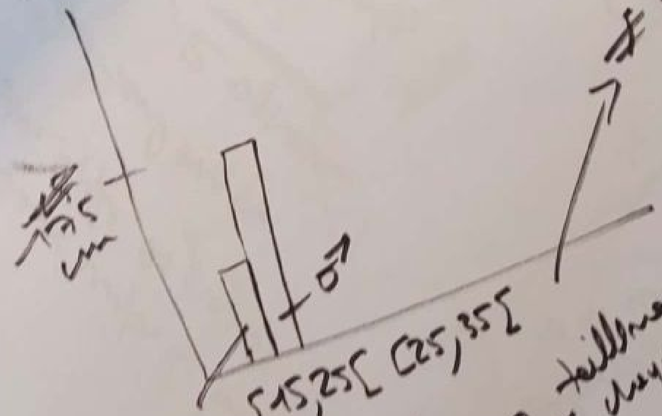
≠ 2 ?s

param = ≠ ?

taille moy / tranche d'âge

1996

val = nb → rep ? par ...



chaque ans tailles chaque année

chaque classe

valeur initiale

EX 3

ABSTRAITE

D

f - triplet (D, A, G) d'Ensembles

(d, a) ∈ D ∈ A

garde de f vérifiant

∀d ∈ D, il existe un et un seul a ∈ A tq (d, a) ∈ G

remplace (d, a) ∈ G

$a = f(d)$

* l'unique

une seule

antécédent

restriction

Salle

gradation

{ Max min moy

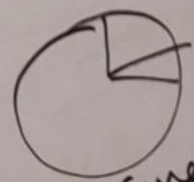
proportion — rebonnons unnées

JAN FEV

40 70

histo

Diag circulaire



Commentaire

GENN

E ... = E départ

E val E arrivée

$f : D \to A$

ds =

d

ds D

peut donner

- soit aucune val A (chiffre clair chance 1/30)

- soit une val f(d) mais jamais plus !

(on ne choisit pas avoir de choix)

ILLUSTRA°

A départ 5

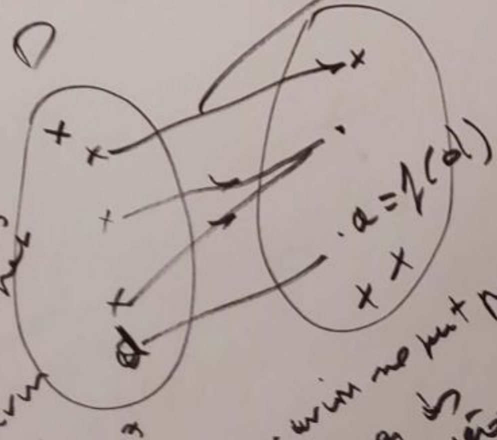
A trajets ... du jour

Avions départ Roissy

oui !

non

D



- 5 avions ne décollent
- pas l'ensemble de D ... d'avions ... chaque ... de A
- plusieurs ...

* un avion ne peut pas arriver ds 2 départs

règle

lien gumene

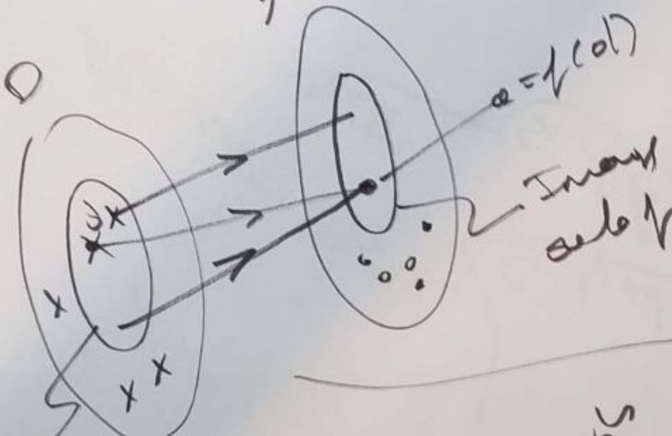
restriction on f

qui ... le ...

≠ VA

D

A



$a = f(a)$

Image de f

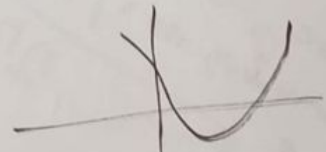
ens Déf

f peux calculer

oui / NON

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \to x^2 - 4x + 1$



voc

EX f NUM

$f(x)$?

mi 3

min −1

sur 1

val max f

sur f

fs NUMÉRIQUES

f num sur 1

$]-3, +\infty[$

sol

D

lois val = f^n numériques $\mathbb{R}$

f^n numérique

param $\mathbb{R}$

f^n ~~num~~ de la var $\mathbb{R}$

A

X

f num de la var $\mathbb{R}$

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \to f(x)$

x : var (param) $\to$ $f : f^n$

$f(x)$: val

associé en fonction x

EN PRAT

f^n à connaître

f de var x

donnée par

formule construite à partir de x

expression

en utilisant

opération sur $\mathbb{R}$

sur $\mathbb{R}$

ou bien avec fs

poids

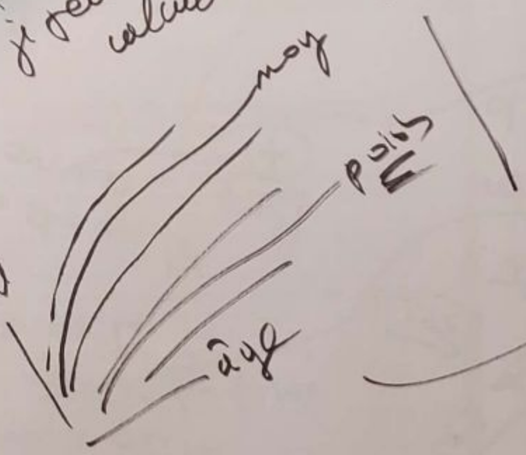
taille

moy

poids

âge

♀



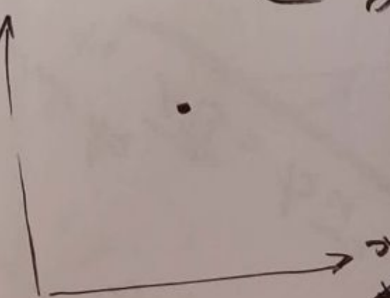
DÉF f NUM

désignant nom G

$g(x) = \sqrt[3]{3x-4} + 2$

A

ord f



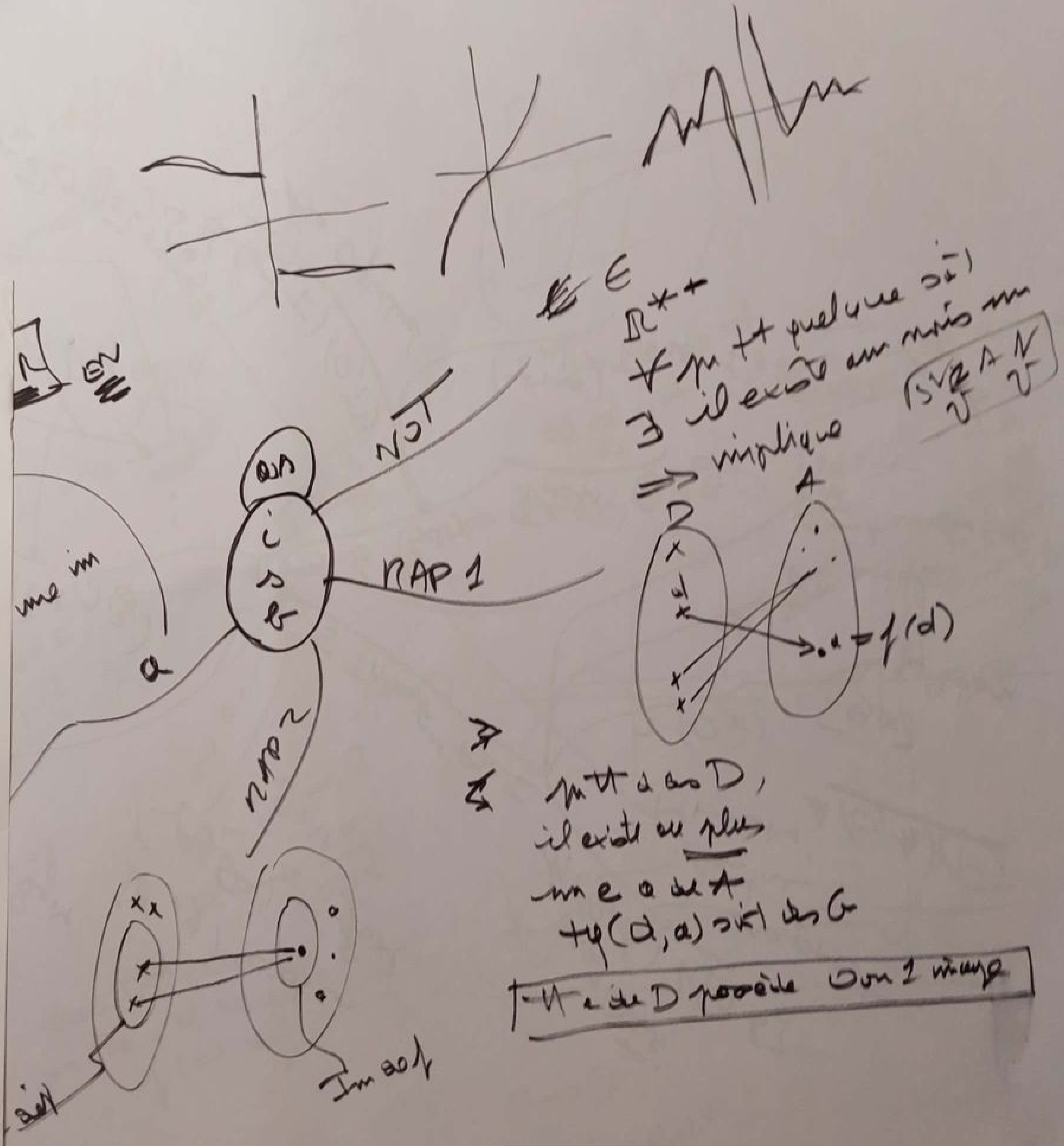
x

abs D

courbe représentative

Cbe d'eq

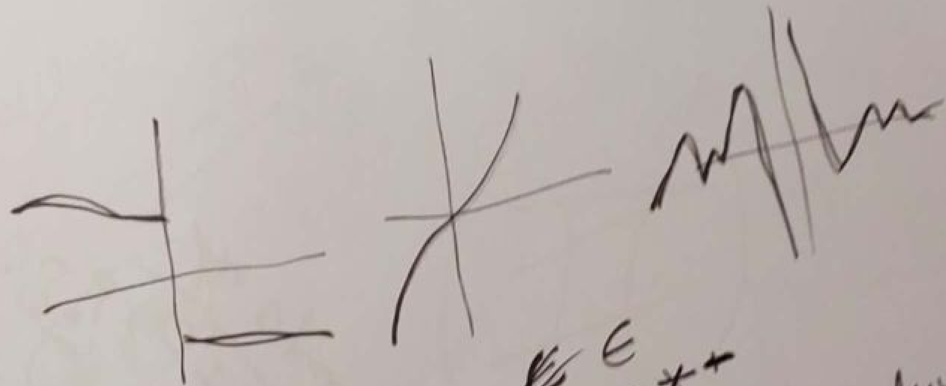
$y = f(x)$



EN
on
i
s
b
NOT
RAP 1
RAP 2
a
une im
∈
$\mathbb{R}^{*+}$
∀ pr tt quelque soit
∃ il existe au moins un
⟹ implique
D
A
f(d)
pr tt a ds D,
il existe au plus
une a de A
tq (d, a) soit ds G
Im

a i s b

~~G ORDRE~~



$\mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$

$\to 1/x$

$\sqrt{x}$ $\mathbb{R}^+$

$\boxed{m \in \mathbb{N}}$ → EN

a

EX

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \to 1/x$

$x \to \sqrt{x}$

f

ens

i

s

b

NOT

APP 1

APP 2

a

= dans E def ou E = D

les E elts de D ont une im

Soit $f : D \to A$ une f

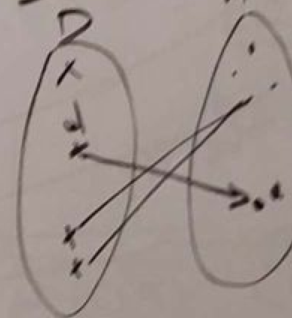
$\in$

$\mathbb{R}^{*+}$

$\forall$ pour tt quelque soit

$\exists$ il existe au moins un

$\Rightarrow$ implique



D

A

$\cdot = f(d)$

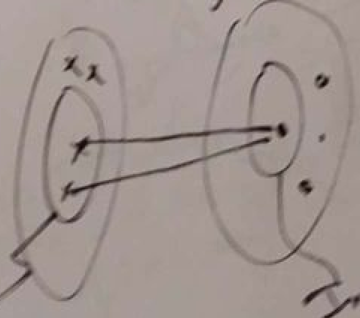
$\forall$ pour tt a ds D,

il existe au plus

une a de A

tq (d, a) soit ds G

$\boxed{\text{Tt a de D possède au 1 image}}$



E def

Im de f

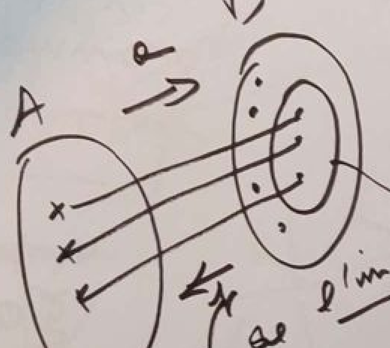
$\forall d \in D, \forall d' \in D, \; d \neq d' \Rightarrow f(d) \neq f(d')$

$\Leftrightarrow$ $\Leftarrow$ contraposée $\Leftrightarrow$

au plus un

Form équiv

au plus F



chaque f de l'im de f a au antécédent unique

i

$x = \frac{-1}{2-y}$ pas de sol si $y = 2$ $\nexists$

$2x - xy = -y$

$x(2-y) = -y$

$\frac{2x}{x-1} = y$

$2x = (x-1)y = xy - y$

$f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$

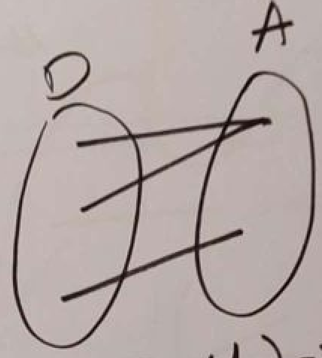
$x \longmapsto \frac{2x}{x-1}$

en pratique

Soit DM que pr tte val de y ds E $f(x) = y$

justif par calc

EVO

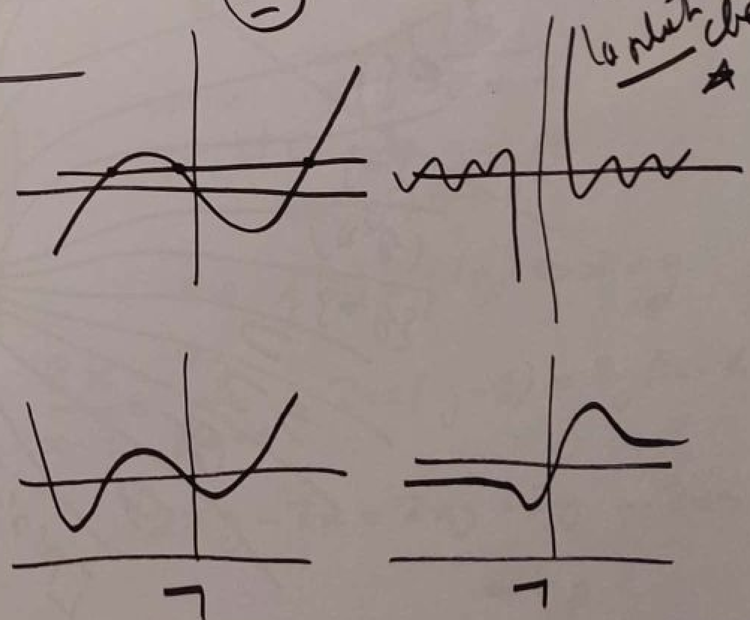


$\mathrm{Im}(f) = A$

ts es de A ont au moins un antécédent

$\forall a \in A, \exists d \in D, f(d) = a$

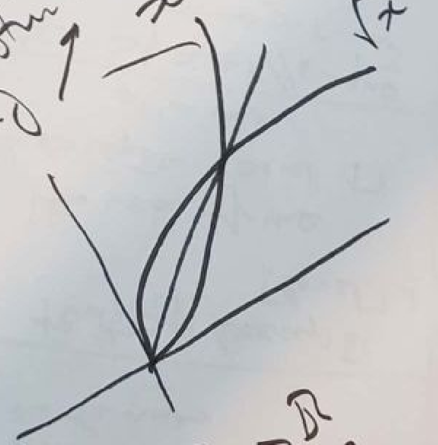
$\mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$



$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Si valeur abs

bij strict ↗ x^2 $\sqrt{x}$



E ∩ inj

$y : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$

$x \to x$

b y -1 $\sqrt{}$

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

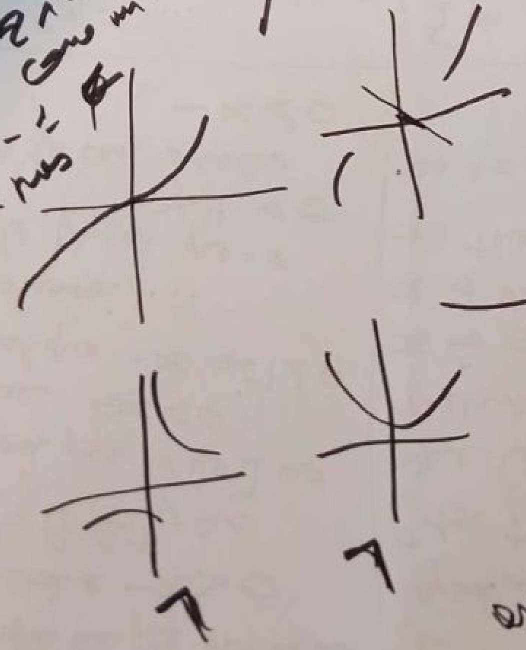
$x \to x^2$

~~Approche~~

SUBIVITÉ

u $2n-2$ comme mt

$x - \frac{1}{x}$ non ↗ mais

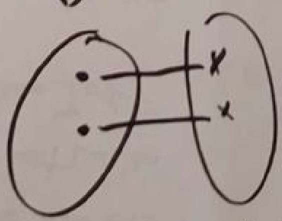


EA

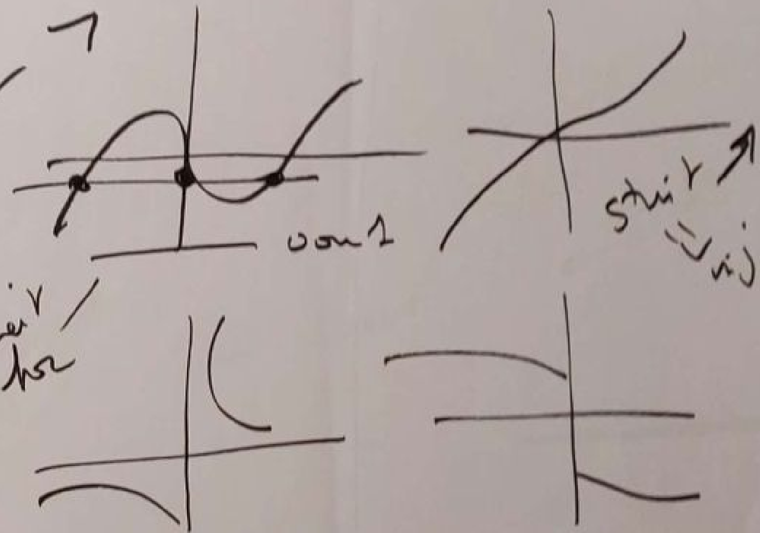
Réciproque f^{-1}

annule

$D \xleftarrow{g} A$



chaque e de A possède un antec unique



conv 1

strict ↗ bij

strict bij

PRAT

b

i+?

$\mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$

$x \to \frac{2x}{x-1}$

DMIVO

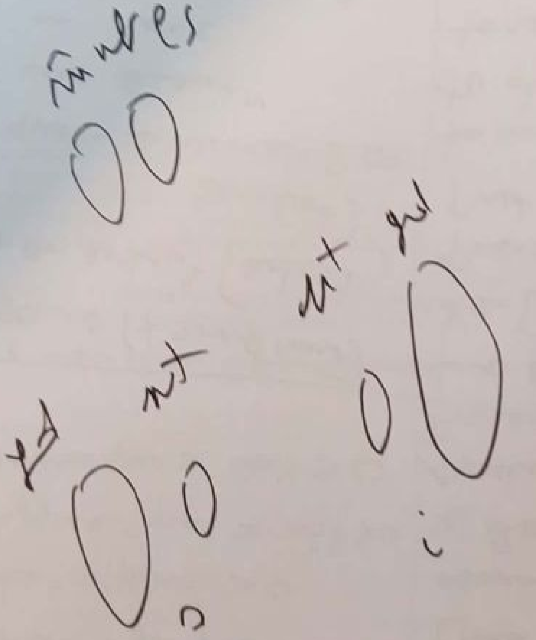
pr tt couple $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

Eq $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$

$\frac{2x}{x-1} = \frac{2y}{y-1}$ $\quad 2x(y-1) = 2y(x-1)$

$2xy - 2x = 2xy - 2y \quad -2x = -2y$

$x = y$



avec col objets
(cor objets
n.5

"un" "deux"

ces termes à termes

EX TYPIQUES

DEROCHES

$i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$

injective / canonique $x \to (x, 0)$

$\uparrow_{can}$ $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(x, y) \to x$

$\mathbb{N} \to \{$pair, impair$\}$ s

X !

i tte A au plus un ant

~~s~~ au moins —

$t \to s$

$a \to i$

quelc

$A \simeq b$

i → inverses faibles

→ réc

s utile que pour ouvrir un α réc

cohérent
non contradictoire

on pose
décide qu'il ∃
vérités tout indiscutables
axiomes

~~E sauts~~ E ~~paradoxe~~ Russel

vérité conventionnelle

P.
soit
F —
autoréférente
cette phrase est F
Le barbier rase ts les hommes
qui ne rasent pas eux-même

∃ logos qui s'emmêlent Es

~~phrase~~ ~~proposition~~

Axiome : vérité 1ère
il existe un E vide ∅

résolution

LANG
1
TE

TE

x^x E
$x \in E$
E sg Es
ts ens E

FCE
F E
SE

$\mathcal{P}(E)$

axiome d'extensionnalité

Si FCE et ECF Alors F=E

SOL
Card
Cont
#E

∅, {0}, {1}, {2}, {3}
0,1 0,2 0,3 1,2 1,3 2,3
0,1,2 0,1,3 0,2,3 1,2,3
{0,1,2,3} }

$E = \{0,1,2,3\}$
e de $\mathcal{P}(E)$
Card $\mathcal{P}(E)$

LANG 1 TE
~~F Équivalence~~

cohérent
non contradictoire

on pose
décide qu'il ∃
vérités tenues indiscutables
axiomes

E de ~~ts~~ Es

paradoxe
Russel

vérité conventionnelle V

P.

soit
soit

autoréférente

F

cette phrase est F

le barbier rase ts les hommes
qui ne rasent pas eux-mê

∃ dogmes qui démêlent Es

~~phrases~~

proposition

axiome : vérité 1ère

il existe un E vide ∅

LANG
1
TE

TE

x^x E

$x \in E$

E ts Es
tout ensemble E

FCE

F E SE

P(E)

axiome d'extensionnalité

Si FCE et ECF Alors F=E

SoL

Card

Cont

#E

rec
card E = 4

card P(E) = 16 = $2^{\text{card}E}$

$2^4 = \frac{2\times2\times2\times2}{4} = 16$

P(E) = {∅, {0}, {1}, {2}, {3}
0,1 0,2 0,3 1,2 1,3 2,3
0,1,2 0,1,3 0,2,3 1,2,3
{0,1,2,3} }

E = {0,1,2,3}

e de P(E)

card P(E)

Soit ~~P(x)~~ P(x) une p qui peut ê Vrai ou F selon ~~les~~ ~~ces~~ es x de E

Axiome

E

P(x) V

On a une partie de E : $\{x \in E \mid P(x)\}$ formée par e, de E pr lesquelles la P(x) est V

Ex rel : n'importe quelle exp cst peut admettre sol

{ T tous ely

Ensembles

$\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$

$\mathbb{R}^* \neq$

NES

∪ et ∩

∞ sols

$\mathbb{R} = \{n, a_1 a_2 a_3 a_4 \dots$ avec $n \in \mathbb{Z}$

pour tout i, $a_i \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

soc ~~ss~~

$\mathbb{R}$

E BASES

$\mathbb{N}$

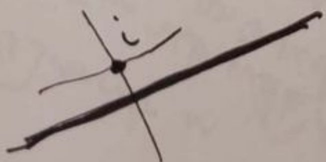
$\mathbb{Z}$

$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b},\ a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}^*\}$

NB

NB

$\frac{20}{27} = 0{,}740740740\dots$



$\mathbb{C}$

$\{a + ib$ avec $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$ et $i^2 = -1\}$

$x^2 = -2$?

$5 + x = 2$? sol

$5x = 2$?

$x^2 = 2$

$\frac{2}{4}$ $\frac{1}{2}$ ≠ fractions

~~x∈U~~

$x \in E \cup F$ ssi $x \in E$ ou $x \in F$ ou $x \in E \cap F$

3 soit

Ω

$E \cap F$

non

$E \cup F$

$x \in E \cap F$ ~~ssi~~ ssi les 2 à la fois

$x \in E$ et $x \in F$

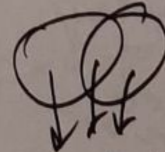
$x \in E \cup F$ ssi $x \in E$ ou $x \in F$

ou $x \in E \cap F$

Aest ~~Fou~~

∩ et ∧

∪ ou ∨



∪ inclusif

rapport coord

$\mathbb{R}^n$ E $\vec{V}$ espace n dim

$\mathbb{R}$ — E à 3D

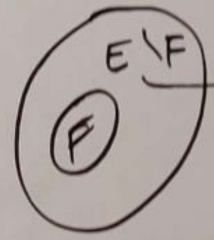
$\mathbb{R}^2$ E $\vec{V}$ P

on peut ajouter vecteurs ~~points~~

ESPACE

COMPLEMENTAIRE

C_E^F ~~E\F~~ E\F



partie de E formée par ceux qui ne sont pas de F

Complementaire de F dans E

E\F privé C_E^F ~~C_P^E~~

Si E fini

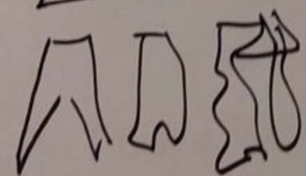
Card E\F = Card E − Card F

×

C = {□ ○ △ ★}

V △ △

P



tenue sur un e de C×V×P

E×F

(e, f)

Card E×F = Card E × Card F

E^3 ...

E×E E^2

fini

e_1 e_2 e_n

f_1 (e_1, f_1)

...

f_n

(e_n, f_n)

en tableaux n×n

LANG 2 quantificateurs et negation

E

~~STR FOND~~

et $\cap$

...mot qui est plus petit que x

...un nb réel

...petit que ts les ent nat

...différents qui ont le m carré

(traduire ds une langue étrangère)

THÈME

LANG MATH 2

QUANTIFICATEUR

NEGATION

VERSION

SOL

1S

D

1S

Soient ε ... axiomes

soient F

F

selon la val de x

$5 > 3$

~~$2+2=5$~~

$x \geq 4$??

il existe un ent x tq $x \geq 4$ V

pour tt ent, on a $x \geq 4$ F

$\exists$ au -

$\forall$

$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$

$\exists x \in \mathbb{R}\ x^2+1=0$

- 1 aucun au - m...

pr signifier unicité, on doit utiliser $\exists !$

entre une ... énoncés suivants

– tous élèves aiment au - un livre

ts livres ont aimés (au - 1 fois)

un livre est aimé par ts les élèves

un élève qui aime ts les livres

Médiathèque

A Ens élèves

L – livres

l'ensemble A

X

$\neg$ écrire à l'aide ... forme suivante

1 $\forall e \in A, \exists l \in L$, e aime l

2 $\forall l \in L, \exists e \in A$, e aime l

3 $\exists l \in L, \forall e \in A$, e aime l

4 $\exists e \in A, \forall l \in L$

ordre

LANG MATH (2)

QUANTIFICATION

Ex 1

1 Pr tt réel x, il existe un ent nat n qui est plus grd que x
$\forall x \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}, x \leq n$

2 Tout réel positif est le carré d'un nb réel
$\forall x \in \mathbb{R}^+, \exists y \in \mathbb{R}, x = y^2$

3 Il existe un nb réel plus petit que ts les ent nat
$\exists x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, x \leq n$

4 Il existe deux nbs réels différents qui ont le même carré
$\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}$
$x \neq y$ et $x^2 = y^2$
2 conditions

(Traduire ds un langue étrangère)

THÈME

écrire une énoncé suivants

1S

Soient ê V ou F des axiomes
Soient F
$5 > 3$
$2+2=5$ F
$x \geq 4$?? selon la valeur de x
Il existe un ent x tq $x \geq 4$ V
Pour tt ent, on a $x \geq 4$ F

D

$\exists$ au —
$\forall$
$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$

1°

$\exists x \in \mathbb{R}\ x^2+1=0$
— 1 au moins
Pr signifier unicité, on doit utiliser $\exists!$

Antéposition

VERSION

Médiathèque
A Ens abonnés
L — livres

SOL

— tous abonnés ont au moins lu livre
ts livres ont été lus (au — 1 fois)
un livre a été lu par ts les abonnés
un abonné a lu ts les livres

chaque

X

* ordre très imp
*

Traduire en langue formelle suivante
1 $\forall a \in A, \exists \ell \in L$, a lu ℓ
2 $\forall \ell \in L, \exists a \in A$, a lu
3 $\exists \ell \in L, \forall a \in A$, —
4 $\exists a \in A, \forall \ell \in L$, —

ORDRE

P complexe

NEGATION

& QUANT^eurs

Cont en x_0

(P) : $\forall \varepsilon \in \mathbb{R}^+, \exists \alpha \in \mathbb{R}, \forall x \in]x_0-\alpha, x_0+\alpha[, |f(x)-f(x_0)| < \varepsilon$

non(P)

$\exists$: ___ $\forall$ ___ $\exists$ ___ $\geq \varepsilon$

nég de $x \not< 2$ or $x \geq 2$

$n \in \mathbb{N}$ $\quad n \notin \mathbb{N}$

$1+2=3$ $\quad 1+2 \neq 3$

La nég^n d'une p^n P non(P) est la p^n correspondant au contraire de P

P : " ts les petits pois sont rouges "

non(P) : il existe (au −1) un p. p. qui n'est pas rouge

" $\forall x \in E, P(x)$ " ☆

$\exists x \in E$, non $(P(x))$

NB

$\exists x \in E, P(x)$

$\forall$ ___ , non(___)

NB

P " il existe un poisson rouge "

" il n'existe pas de p. r. " NON

" ts les p'tits poissons ne sont pas r. "

non(P)

($\nexists$ à éviter ! pas valide) ★ NB

[rappel m. ds 2 cas]

cf cours avant

$a \heartsuit \ell$

non 1) $(\forall a \in A, \exists \ell \in L, a \heartsuit \ell)$

2) $\forall \ell \in L, \exists a \in A,$ —

3) $\exists \ell \in L, \forall a \in A,$ —

4) $\exists a \in A, \forall \ell \in L$ —

Entraînement

1) $\exists a \in A, \forall \ell \in L$ non$(a \heartsuit \ell)$

il existe un abonné qui n'aime aucun livre

juste [illegible] [illegible] la phrase!

A	B	A et B	A ou B
F	F	F	F
F	V	F	V
V	F	F	V
V	V	V	V

si 1 ou 2 ou V

$V \neq F$ $V F F$ $v(A) = V$ $= F$

Tab Vé

connectivement

⑥

INTRO LANG III CONNECTEURS LOGIQUES

② intro

$\exists x \in \mathbb{R}, \; 0 \leq x \leq 3$

$\exists x \in \mathbb{R}, \; x \geq 0$ et $x \leq 3$

x sol de $(x-1)(x-2)=0$

$x = 1$ ou $x = 2$

(P et Q) V

P V et Q V

③ déf

ou

la au moins un des P^{ns} V

P ou Q est V

schéma électrique

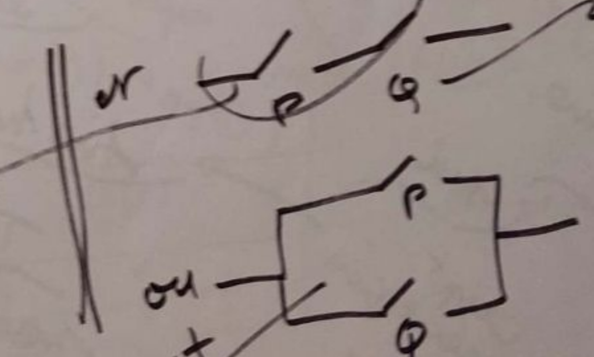
④ trad E

$x \in E \cap F$

$\cup$

$\cap$

$= \text{"soit"}$



et

P Q

interrupteur

P V int fermé

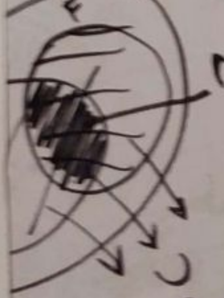
ou

P Q

montage en parallèle

ou soit

nul est F



⑤

LANG 3 CONNECTEURS LOGIQUES

~~D OPÉRATIONS INTERNES~~

A	B	A et B	A ou B
F	F	F	F
F	V	F	V
V	F	F	V
V	V	V	V

vrai fini

si 1 seul 2 en V

V ≠ F V F F

$v(A) = V$

$= F$

soit l'un soit l'autre

INTRO LANG III CONNECTEURS LOGIQUES

② intro

$\exists x \in \mathbb{R},\ 0 \leq x \leq 3$

$\exists x \in \mathbb{R},\ x \geq 0$ et $x \leq 3$

$\exists x \in \mathbb{R},\ (x-1)(x-2) = 0$

x sol de $(x-1)(x-2)=0$

$x = 1$ ou $x = 2$

(P et Q) V ssi P V et Q V

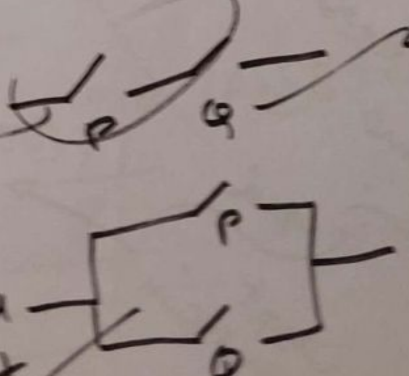
③ ex

ou

la au moins un des P V

P ou Q est V

schéma électrique



et

P

Q

interruption

P V int fermé

ou

P

Q

montage en parallèle

pas soit

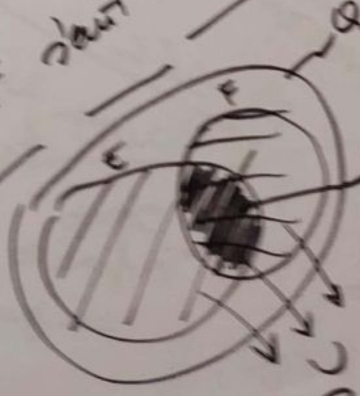
④ trad É

"ou" est ∪

$x \in E$ et $x \in F$ s'écrit $x \in E \cap F$

∪

$x \in E$ ou $x \in F$



E

F

∩

= ∪ soit

⑤ pièges

long

Fromage ou Dessert

exclusif

pas les 2

Garçon ou fille ?

oui !

⑥ Tab Vé

explique en vert

ordre

$\exists n \in \mathbb{Z}, n > 2$ et $\exists n \in \mathbb{Z}, n < 3$ V

F

— et $n < 3$

— ou $\forall n \in \mathbb{Z}$ $n < 3$ F

— ou $n < 3$ V

⑦ EXO

V ou F ?

⑧ nég^n de et

Nég de "$x \geq 0$ et $x \leq 3$" ?

non($x \in [0,3]$)

$x \in]-\infty ; 0[\cup]3 ; +\infty[$

ou

$x < 0$ ou $x > 3$

⑨ lois de de Morgan

⑩ 2/2

⑪ 2/2

preuve 1/2

A	B	non(A ou B)	non(A) et non(B)
F	F	V	V
F	V	F	F
V	F	F	F
V	V	F	F

A	B	non(A et B)		non(A) ou non(B)
F	F	V	=	V
F	V	V	=	V
V	F	V	=	V
V	V	F	=	F

non(A et B) equivaut à non(A) ou non(B)

ou

et

$\forall x \in \mathbb{R}, x < 0$ ou $\exists y \in \mathbb{R}, x = y^2$

Pr tt nb reel x,
x est strictement negatif ou x est un carré

Pr tt nb reel x,
Si x est positif alors
x est un carré

$\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 0 \Rightarrow \exists y \in \mathbb{R}, x = y^2$

(15) Récurr

(A ou B) et (A ou C)
et ou

A ou (B et C) equiv
et ou

(13) EXO

Donnons nég° de :
$\exists n \in \mathbb{Z}, n > 2$ et $\exists n \in \mathbb{Z}, n < 3$
$\leq$ ou $\forall$ $\geq$
$\forall$

(15) D^el

(13) Piège classique

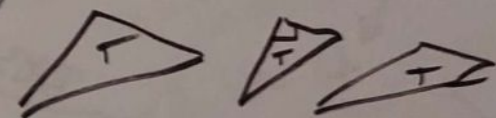
(16) Cal Booléen

Si A et B sont V
et que C est F :
alors que dire P_s°
(A ou B) et non (C)
- (non (A) ou B) ou C)
- (A et non (B)
- non [(A et non B) ou (A et C)]

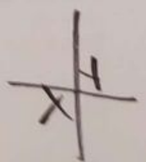
3 cas

P : "Tout un triangle rectangle isocèle"

non (P) :
"Tout un triangle qui n'est pas rectangle
ou qui n'est pas isocèle
(ou ni l'un ni l'autre)"



3 cas 3 soit



Calcul Pd

V -
F -
V -

… trouve, alors tu vas au dessert

… ai pas dit … mal lu …

… alors j'irai faire du vélo

Si $x > 1$, alors $x^2 > 1$

$-2 < 1$ or pourtant $(-2)^2 > 1$

s'énonce plus + ainsi :

Si quelque chose alors autre chose

hyps

Gnc

Pièges langage (5)

mT (2)

Pour $\forall x \in B$,
Si $x > 2$,
Alors $x^2 > 1$

INTRO LANG
=
$\Rightarrow$
$\Leftrightarrow$

(3)

Si A V Alors B V
$A \Rightarrow B$

Si m A $A \Rightarrow B$ et $B \Rightarrow A$
mot A et B
equiv $A \Leftrightarrow B$

Si A et B F

⚠ Si A et B …
"$A \Leftrightarrow B$" V

(4)

$x = 2$

$\Leftarrow$ $\cos(x) = -1$

$\Rightarrow$ $x^2 + x = 0$

$\Leftrightarrow$ $x = 0$ ou $x = -1$

ABCD carré

$\Leftarrow$ ABCD rectangle losange

LANG G $\Rightarrow R \Leftarrow\Rightarrow$

G GR $\not\subset$

Si tu manges tes nouilles, alors tu auras un dessert !

Cool, je vais pouvoir ... manger !

Si il fait beau demain, alors j'irai faire du vélo

Si $x \geq 1$, alors $x^2 \geq 1$

$-2 < 1$ or pourtant $(-2)^2 \geq 1$

n'est pas vraie

Si quelque chose alors autre chose

hyp

Conc

Piège langage

(5)

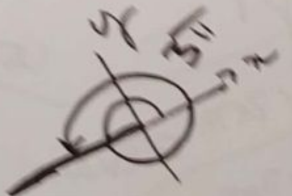
(2) non T

Implication $\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$

(3)

(4)

équiv en Fr



Pour $\forall x \in \mathbb{R}$,

Si $x > 2$,

Alors $x^2 > 1$

Si A V Alors B V

$A \Rightarrow B$

Si on a $A \Rightarrow B$ et $B \Rightarrow A$ on dit que A et B sont équiv

$A \Leftrightarrow B$

⚠ Si A et B tous les 2 F

"$A \Leftrightarrow B$" V

$\forall x \in \mathbb{R}$, $x^2 = 4 \Leftarrow x = 2$

$x = \pi \Rightarrow \cos(x) = -1$

$x = 0$ ou $x = -1 \Leftrightarrow x^2 + x = 0$

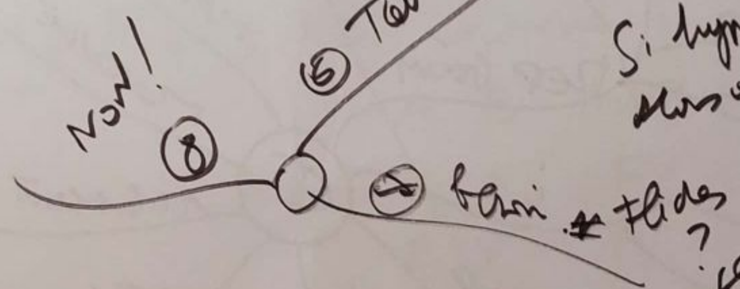
ABCD carré

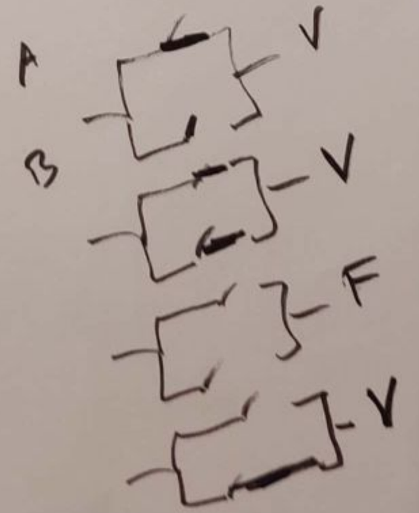
ABCD rectangle losange $\Leftarrow$ cP $\Leftarrow$

(A et B) ou
(non(A) et non(B))

A	B	A ⇒ B	A ⇔ B
F	F	V	V
F	V	V	F
V	F	F	F
V	V	V	V

Si hyp est F
alors on ne peut rien conclure!

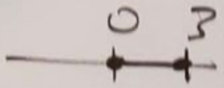


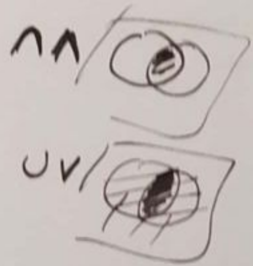


non A	A	B	A et B	A ou B	⇒ non(A) ou B
V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V
F	V	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V

$\exists x \in \mathbb{R},\ 0 \le x \le 3$

$x \ge 0$ et $x \le 3$





x est sol de $(x-1)(x-2)=0$

$x = 1$ ou $x = 2$

(P et Q) V [illegible] t.le ?

[illegible] P ou Q est V

P ou Q Fin

et $\sqrt{2}$!

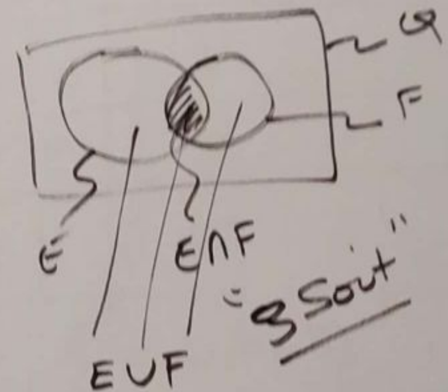
Réciproque

VANG 5 & contraposée

~~B Notions sur TE~~

$x \in E$ et $x \in F$ $\quad x \in E \cap F$

— ou — $\quad$ — $\cup$



"3 sont"

ou inclusif

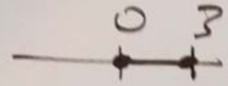
3ème [illegible]

A	B	A et B	A ou B
F	F	F	F
F	V	F	V
V	F	F	V
V	V	V	V

Si 1 des 2 est V

si B ? V sinon F

$\exists x \in \mathbb{R}, \ 0 \le x \le 3$



$x \ge 0$ et $x \le 3$

$\wedge \wedge$

x est sol de $(x-1)(x-2)=0$

$x = 1$ ou $x = 2$

$\cup \vee$

(P et Q) V ssi P V et Q V ts les 2

ou ssi au moins une des 2 propᵒⁿˢ P ou Q est V

P ou Q

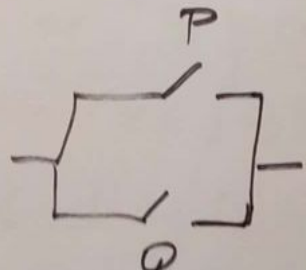
int fermé

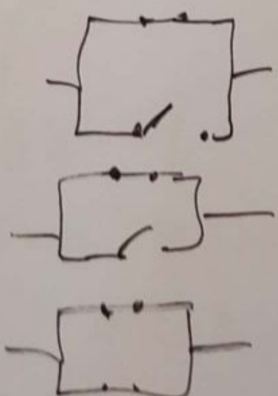
ts les 2 F P et Q F ici

P et Q V ssi

presque

P ou Q



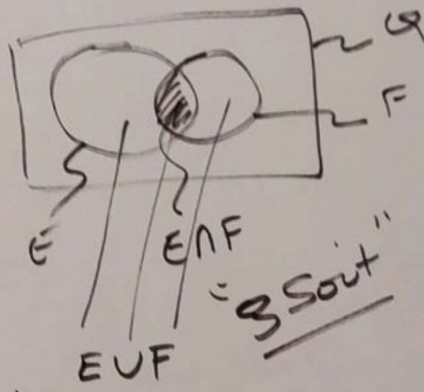


exclusivité (

2 peuvent être V.
cas compatibles

$x \in E$ et $x \in F$ $x \in E \cap F$

— ou — — $\cup$



ou inclusif

"≥ soit"

3ème vrai

A	B	A et B	A ou B
F	F	F	F
F	V	F	V
V	F	F	V
V	V	V	V

2 non F
si 1 des 2 est V

ts les 2 V
sinon F

$\exists n \in \mathbb{Z}, n > 2$ et $\exists n \in \mathbb{Z}, n < 3$ V

$\exists n \in \mathbb{Z}, n > 2$ et $n < 3$ F

$\forall n \in \mathbb{Z}, n > 2$ ou $\forall n \in \mathbb{Z}, n < 3$ F

F F

$\forall n \in \mathbb{Z}, n > 2$ ou $n < 3$ V

Negation de et

Negation de " $x \geq 0$ et $x \leq 3$ "?

non ($x \in [0,3]$)

$x \in]-\infty; 0[\cup]3; +\infty[$

$x \in]-\infty, 0[$ ou $\cancel{\mp} x \in]3; +\infty[$

$x < 0$ ou $x > 3$

DE MORGAN

non (A et B) equivaut à non(A) ou non(B)

ou et

A	B	non (A et B)	non(A) ou non(B)	non(A)	non(B)
F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	F
V	F	V	V	F	V
V	V	F	F	F	F

non (A ou B)	non(A) et non(B)
V	V
F	F
F	F
F	F

– $\exists n \in \mathbb{Z}, n > 2$ ou $\exists n \in \mathbb{Z}, n < 3$

$\forall$ $\leq$ ou $\forall$ $\geq$

contraire

–

–

–

Piège Classique

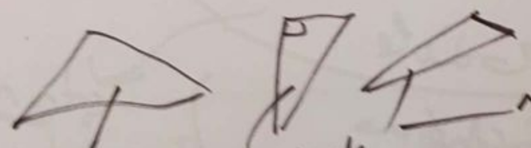
P : "T est un triangle rectangle isocèle"

Si

Ao

non(P) :

"T est un triangle qui n'est pas rectangle
ou qui n'est pas isocèle ~~(ou non)~~
(ou ni l'un ni l'autre)"



isocèle pas rectangle — rectangle pas isocèle — ni rectangle ni isocèle.

non (et) → ou 3 cas

CALCUL BOOLÉEN

Si A et B sont vraies et que C est fausse

Alors que dire des propositions

- (non(A) ou B) et (non(C)) V
  - non(A) ou B : V ; non(C) : V
- A et (non(B) ou C) F
- non[(A et non(B)) ou (A et C)] V
  - A et non(B) : F ; A et C : F ; (A et non(B)) ou (A et C) : F

Calcul p^d

A ou (B et C) équivaut à x +
(A ou B) et (A ou C)

Alg de Boole

et ou
(A et B) ou (A et C)

RÉCAPITULATIF

- $\forall x \in \mathbb{R}, x < 0$ ou $\exists y \in \mathbb{R}, x = y^2$

Pour tout nombre réel x,

x est strictement négatif ou x est un carré

- Pour tout nb réel x,

Si x est positif Alors x est un carré

$\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 0 \Rightarrow \exists y \in \mathbb{R}, x = y^2$

$\boxed{A \Rightarrow B \quad \text{non}(A) \text{ ou } B}$

$\Rightarrow$ $\Leftrightarrow$

"Si quelque chose Alors autre chose" T

Hypothèses — Conclusions

- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, Si $x > 2$ Alors $x^2 > 1$
- A et B

"Si A est (est vraie) Alors B (est Vraie)"

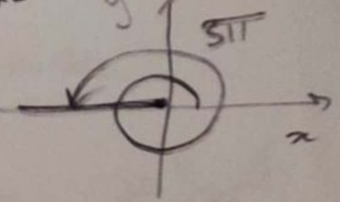
"$A \Rightarrow B$"

- $A \Rightarrow B$ et $B \Rightarrow A$ équiv $A \Leftrightarrow B$
- Si A et B sont vraies sauf F, piège

"A et B" est V

$\forall x \in \mathbb{R}$ $x^2 = 4 \Leftarrow x = 2$ — Seule condition

-2
+2



$\forall x \in \mathbb{R}$ $x = \pi \Rightarrow \cos(x) = -1$

$\forall x \in \mathbb{R}$ $x = 0$ ou $x = -1 \Leftrightarrow x^2 + x = 0$

Soient ABCD
4 pts du plan

ABCD rectangle $\Leftarrow$ ABCD carré

— losange $\Leftarrow$ ABCD carré

...

Si il fait beau demain, Al j'irai faire du vélo

non une équivalence ⇔ ou ⇒

~~Contradiction~~

Si tu manges ta soupe, Al tu auras du dessert

- Si $x > 1$, Al $x^2 > 1$

$-2 < 1$ et pourtant $(-2)^2 > 1$

A	B	¬A	¬B	A et B	A ou B	A ⇒ B	A ⇔ B	non(A) ou B	(A et B) ou (non(A) et non(B))
F	F	V	V	F	F	V	V	V	
F	V	V	F	F	V	$\boxed{V}$	F	V	
V	F	F	V	F	V	F	F	F	
V	V	F	F	V	V	V	V	V	

① ②

Si A est F, Al on ne peut rien conclure

on ne sait pas

Avec des Si...

(A ⇒ B) signifie "non(A) ou B"

Si A est V Al B V

Si A F on peut rien dire

NEGATION

Toutes les voitures rouges sont rapides

P : $\forall v \in V$, v rouge $\Rightarrow v$ rapide   ~~Si v existe~~

P : ____ v pas rouge ou v rapide

non(P) : $\exists v \in V$; v rouge et v pas rapide

il existe une voiture rouge non rapide

- non(A ⇒ B)

non(non(A) ou B)

non(non(A)) et non(B)

$\boxed{\text{A et non(B)}}$

La négation d'une implication n'est pas une implication !

CONDITION NECESSAIRE

Pour pouvoir gagner il est nécessaire de jouer

Gagner ⇒ Avoir joué

Perdre ⇒ Avoir joué

CNS SUFFISANTE

Il suffit qu'il pleuve pour que je sache qu'il y a des nuages dans le ciel

PLUIE $\Rightarrow$ NUAGES

RÉCAP

Si l'on a $A \Rightarrow B$ Al

Cnd suf de B — CS

Cnd néc de A — CN

$A \Leftrightarrow B$

CNS

F : je fume
B : je bois
M : je mange

TRADUCTION

1) quand je fume, je ne bois pas
2) chaque fois que je mange, je ne fume pas mais je bois
3) Si je mange ou je bois alors je ne fume pas
4) il suffit que je boive pour que je fume
5) Une CN pour que je boive ou que je fume et que je mange
6) je mange SSi je fume ou je bois

Sol

Si Al

1 $F \Rightarrow non(B)$

2 $M \Rightarrow (non(F)\ et\ B)$

3 $(M\ ou\ B) \Rightarrow non(F)$

4 $B \Rightarrow F$

5 $(F\ et\ B) \Rightarrow M$

6 $(F\ ou\ B) \Leftrightarrow M$

vrai si c'est vrai si vrai F

facile quand tout vrai ça

F : vrai B : vrai M : peut) je suppose que

NB 1 non (F) ou non (B) F

tjs V
F

2

3

4 V

5 F

6 F

V) Réciproque & Contraposée

· D imp dir

$H \Rightarrow C$

— réc

$C \Rightarrow H$

— Contraposée

$\text{non}(C) \Rightarrow \text{non}(H)$

· EX énoncé T Pythagore

—— réc

—— contraposée

Soient A, B, C trois pts du P

Si ABC est rect en A, Al

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Réc Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ Al ABC rec en A

Cont $\neq$ n'est pas

La cont c'est pareil

T : tte implication est équiv à son imp cont *

Preuve : Soient P et Q

$(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\text{non}(P) \text{ ou } Q)$ p^{m}?

$\Leftrightarrow (Q \text{ ou } \text{non}(P))$

$\Leftrightarrow (\text{non}(\text{non } Q)) \text{ ou } \text{non}(P))$

$\Leftrightarrow (\text{non}(Q) \Rightarrow \text{non}(P))$

A quoi ça sert ?

Montrer que pour tout ent $n \in \mathbb{N}$ on a :

Si n^2 est impair Al n est impair

énoncé équiv la cont

Montrer que

Si n est pair alors n^2 est pair

n pair $\Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}, n = 2k$

$\Rightarrow$ — $n^2 = 4k^2$

$\Rightarrow n^2$ pair

- Equivalence

$P \Leftrightarrow Q$

$P \Rightarrow Q$ et $Q \Rightarrow P$

cont

$P \Rightarrow Q$ et $\text{non}(P) \Rightarrow \text{non}(Q)$

Soient a et b deux reels, montrer

$a \leq b \Leftrightarrow \forall \varepsilon \in \mathbb{R}^{+*}, a < b + \varepsilon$

- Sol

1) Supposons $a \leq b$

$\forall \varepsilon > 0$, $b + \varepsilon > b$ donc $b + \varepsilon > a$

2) —— $a > b$

$b + (a - b) = a \leq a$

il existe $\varepsilon = a - b > 0$ tq $b + \varepsilon \leq a$

$\exists \varepsilon \in \mathbb{R}^{+*}, a \geq b + \varepsilon$

Voc

qqs termes pr designer tous les ps

Axiome ne se Dm pas VraiT!

Lemme – résultat – inter preliminaire

[illegible]

Corollaire après un T

"Conséquence immédiate – qu + Déduc"

Conjecture

Test $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ trad

- f n'est pas = la f nulle
  $\exists x \in \mathbb{R}, f(x) \neq 0$

eq

- f ne s'annule pas
  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq 0$
- f est bornée $\exists m, M \in \mathbb{R}$,
- f est croissante $\forall x \in \mathbb{R}$,

$m \leq f(x) \leq M$

minorée Majorée

$\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R}$

$a \leq b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$

qui ne change pas le sens de l'inégalité